Hand written letter of Paul Lorenzen to Evert Willem Beth, dated 17 August 1959
Typing and notes by Erik C. W. Krabbe

P. Lorenzen

Kiel, 17/8 59
Clausewitz str. 14

Sehr verehrter, lieber Herr Beth,

vielleicht erreicht Sie dieser Brief noch vor Ihrer Abreise nach Warschau.[1] Ich freue mich sehr, Sie dort zu treffen: ich habe nämlich gerade Ihr neues großes Buch[2] erhalten und lese jetzt mit größter Spannung darin.

Es ist so reichhaltig, daß ich natürlich erst einiges gelesen habe – aber ich darf Ihnen schon jetzt mein uneingeschränktes Kompliment machen, für die mathematische Eleganz, mit der Sie alle wichtigen Sätze beweisen – und auch für die neue Beleuchtung philosophisch-historischer Zusammenhänge.

Ihr neues Hilfsmittel, die semantischen Tableaus, sind jetzt sehr schön verständlich dargestellt. Ich bin noch aus einem anderen Grunde besonders an diesen Tableaus interessiert – und würde mich freuen, wenn wir darüber im Warschau einmal ausführlich sprechen können. Bei dem Versuch, den in meiner “Einführung in die operative Logik and Mathematik” gebrauchten Terminus “definit” zu definieren, bin ich darauf gekommen, näher zu untersuchen, wie die logischen Partikeln verwendet werden, wenn sie in einem Dialog (zwischen einem Proponenten P und einem Opponenten O) auftreten. Definiert man die Verwendungsweise der log. Partikeln in nahe liegender Weise, und schreibt man dann die Dialoge auf, so entstehen (mit unwesentlichen Umstellungen) genau Ihre Tableaus.

Darf ich das einmal kurz an Ihrem Beispiel “festino” erläutern? Der Proponent P behaupte die logische Implikation $(x)[P(x)\rightarrow\neg M(x)]\wedge(Ey)[S(y)\wedge M(y)]\rightarrow(Ez)[S(z)\wedge\neg P(z)]$[3] <u>d.h.</u> er ist verpflichtet, die Konklusion zu behaupten, <u>wenn</u> sein Opponent die Prämissen behauptet.

Opponent	Proponent
(1) $(x)[P(x)\rightarrow\neg M(x)]$	
(2) $(Ey)[S(y)\wedge M(y)]$	$(Ez)[S(z)\wedge\neg P(z)]$

Für jede Behauptung kann stets ein “Beweis” gefordert werden. Verlangt O einen Beweis der Behauptung P(2), so kann P aber vorher einen Beweis von O(1), O(2) verlangen. Ein “Beweis” von O(2) verlangt die Angabe eines Elements a

(3) $S(a)\wedge M(a)$	?

[1] Lorenzen expects Beth to attend the Symposium on Foundations of Mathematics, Warsaw, 2-9 September 1959.

[2] E. W. Beth, *Foundations of Mathematics,* 1959.

[3] In formulas the “overlining” that symbolizes negation has been replaced by the use of “¬”, EK.

Ein “Beweis” einer Konjunktion verlangt die Behauptung beider Glieder

(4) S(a)	
(5) M(a)	

Da auch O(1) behauptet worden ist, kann P irgendein Element wählen z. B. a, so daß dann O seine Behauptung, die mit (x) anfängt, auf a spezialisieren muß

(5)	? (a)
(6) P(a) →¬M(a)	

Jetzt “beweist” P seine Behauptung P(2) durch

(6)	S(a)∧¬P(a)
(7) ?	S(a)
(8)	¬P(a)

O kann jetzt P(7), d. h. S(a) nicht mehr bezweifeln, weil er es selbst schon behauptet hat. Will O P(8) bezweifeln, so muß er, weil das eine Negation ist, selbst P(a) behaupten

(9) P(a)	

Dann kann aber P auch P(a) behaupten

(9)	P(a)

und O muß jetzt auf [G]rund von (6) auch noch ¬M(a) behaupten

(10) ¬M(a)	

P kann diese Behauptung bezweifeln, indem er selbst M(a) behauptet

(10)	M(a)

was O nicht bezweifeln darf, weil er unter (5) es schon selbst behauptet hat. Damit ist die Behauptung O(9) widerlegt – und P hat insgesamt seine Behauptung “gewonnen”.

Man kann nun definieren, daß eine Formel “logisch gültig” ist, wenn es für sie in diesem Dialogspiel eine Gewinnstrategie gibt (für die Primaussagen wird vereinbart, daß O alle Primaussagen behaupten darf, P nur diejenigen die O schon behauptet hat) [.]

Die Existenz einer Gewinnstrategie ist äquivalent mit der Existenz eines geschlossenen Tableaus – und damit mit der Ableitbarkeit in einem geeigneten Logikkalkül (und zwar hier im intuitionistischen Kalkül, für den klassischen Kalkül muß man die Dialogregeln etwas modifizieren, z. B. daß man stets A∨¬A hinzunehmen darf) [.]

Mit nicht-finiten Mitteln wird man – so vermute ich – im Anschluß an Ihren Vollständigkeitsbeweis beweisen können, daß für jede Formel entweder eine Gewinnstrategie für P oder eine Gewinnstrat. für O (d. h. ein Gegenmodell) existiert.

Daher scheint es mir, als ob sich mit [H]ilfe der Tableaus eine gute Verbindung zwischen der “semantischen” und der “operativen” Aufassung herstellen ließe – worüber wir uns im Warschau vielleicht unterhalten können.

Mit den besten Grüßen – und nochmals meinem Glückwunsch zur Fertigstellung Ihres Buches –

stets Ihr sehr ergebener

P. Lorenzen